Fonction exponentielle – Exercices

Ex 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x}(1-x) + 1$ .

1. Représenter f sur votre calculatrice puis conjecturer le signe de f(x) pour tout x $\in \mathbb{R}$
2. Démonstration de la conjecture :
   a) Etudier les variations de f puis dresser le tableau de variations de f ( on ne demande aucune limites).
   b) En déduire le signe de f(x) pour tout x $\in \mathbb{R}$ .

Ex 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f (x)= $\frac{-3-2x}{e^x}$ et (C) sa représentation graphique dans un repère.

1. Etudier les limites aux bornes de f . En déduire les asymptotes éventuelles.
2. Calculer f '(x) pour tout x $\in \mathbb{R}$ puis étudier son signe sur $\mathbb{R}$ .
3. Dresser le tableau de variations de f puis dessiner l'allure de (C).
4. Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.

Ex 3

Soit h la fonction définie sur I = ] 0 ; + ∞[ par h (x)= $-1+\frac{e^x}{e^x-1}$ .

Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C) et de la droite (D) d'équation y = 1.

Ex 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par f (x)= $1+2x+\frac{e^x}{e^x-1}$ et (C) désigne la représentation graphique de f dans un repère.

1. Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}^*$
2. Etudier la limite de f en 0.
3. Vérifier que $f(x) = 2+2x+\frac{1}{e^x-1}$ pour tout x $\in \mathbb{R}^*$ puis en déduire la limite de f en + ∞.
4. Montrer que la droite ( D ) d'équation $y = 2 + 2x$ est une asymptote à (C) en + ∞, puis étudier la position relative de (C) et (D).
5. (D) est – elle une asymptote à (C) en – ∞?
6. A partir de la calculatrice , dessiner (D) et l'allure de (C).